

## ДОСЛІДЖЕННЯ ЗАКРУЧЕНОГО ПОТОКУ РОБОЧОЇ РІДИНИ ПІД ЧАС ПРОХОДЖЕННЯ ЇЇ ЧЕРЕЗ ГІДРОДИНАМІЧНИЙ КАВІТАТОР

Я. Я. Якимечко\*, Я. М. Фем'як

ІФНТУНГ; 76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15,  
e-mail: rengr@nimg.edu.ua

Розглядаються теоретичні дослідження використання закручених потоків із зворотними струменями і з розвиненим прецесуючим вихровим ядром у кавітаторах та інших пристроях. Під час опису руху вихрового ядра у вільному закрученому струмені рідини необхідно врахувати, що згідно з експериментальними даними, вихрове ядро може скручуватися по довжині струменя і здійснювати рух навколо осі струменя в зоні між областю зворотних потоків і приграничним зовнішнім шаром. Саме вихрове ядро в цьому випадку піддається впливу основного потоку, що обертається, при цьому необхідно врахувати, що, у зв'язку зі співмірними розмірами вихрового ядра і струменя, дія на нього буде неоднаковою через нерівномірний розподіл швидкостей в самому струмені. На основі відомих формул нами отримано уточнену теоретичну залежність ступеня кручення потоку від витрати рідини, частоти коливань вихрового ядра і конструктивних параметрів в умовах стійкості найзакрученішого потоку та свідчить про те, що ступінь кручення потоку прямопропорційний частоті коливань прецесуючого вихрового ядра і оберненопропорційний квадрату масової витрати рідини. Тобто забезпечення стійкості закрученого потоку при варіюванні витрати вимагає відповідної зміни ступеня кручення або впливу на частоту коливань прецесуючого вихрового ядра. На підставі отриманих теоретичних залежностей було розроблено і реалізовано в комп'ютерних програмах такі розрахунки: залежність коефіцієнта кручення потоку від частоти коливань вихрового ядра; моделювання процесії вихрового ядра в закрученому потоці; дослідження коливань швидкості в закрученому потоці; коливання швидкості при взаємодії закручених струменів.

Ключові слова: явище кавітації; прецесуюче вихрове ядро; частота коливань; коливання швидкості; витрата рідини; уточнена залежність ступеня кручення рідини.

Рассматриваются теоретические исследования использования закрученных потоков с обратными струями и с развитым прецессирующим вихревым ядром в кавитаторах и других устройствах. При описании движения вихревого ядра в свободном закрученной струе жидкости необходимо учесть, что согласно экспериментальным данным вихревое ядро может скручиваться по длине струи и производит движение вокруг оси струи в зоне между областью обратных потоков и пограничным внешним слоем. Именно вихревое ядро в этом случае подвергается воздействию основного вращающегося потока. При этом следует учесть, что из-за сопоставимости размеров вихревого ядра и струи воздействие на ядро будет неодинаковым вследствие неравномерного распределения скоростей в самой струе. На основе известных формул нами получена уточненная теоретическая зависимость степени кручения потока от расхода жидкости, частоты колебаний вихревого ядра и конструктивных параметров в условиях устойчивости самого закрученного потока, которая показала, что степень кручения потока прямопропорциональна частоте колебаний прецессирующего вихревого ядра и обратнопропорциональна квадрату массового расхода жидкости. То есть обеспечение устойчивости закрученного потока при варьировании расхода требует соответствующего изменения степени кручения или влияния на частоту колебаний прецессирующего вихревого ядра. На основании полученных теоретических зависимостей были разработаны и реализованы в компьютерных программах следующие расчеты: зависимость коэффициента кручения потока от частоты колебаний вихревого ядра; моделирование процессии вихревого ядра в закрученном потоке; исследования колебаний скорости в закрученном потоке; колебания скорости при взаимодействии закрученных струй.

Ключевые слова: явление кавитации; прецесующее вихревое ядро; частота колебаний; колебания скорости; расход жидкости; уточненная зависимость степени кручения жидкости.

The article presents the theoretical research of the use of swirling flows with reverse jets and with developed precessing vortex core in cavitators and other devices. While describing the motion of the vortex core in the free swirling jet of the fluid it is necessary to take into account that according to the experimental data the vortex core can swirl along the length of the jet and moves around the jet axis in the zone between the area of reverse flows and the boundary outer layer. In this case, it is the vortex core which is under the influence of the basic swirling flow. Herewith, it is necessary to take into account that due to commensurate sizes of the vortex core and the jet, the impact on the core will be different owing to non-uniform distribution of speeds in the jet itself. On the basis of the

known formulas, the authors have deduced the improved theoretical dependence of the degree of flow swirl on the flow rate, the vortex core vibration frequency and structural parameters under the conditions of the consistency of swirling flow itself. The theoretical dependence shows that the degree of flow swirl is directly proportional to the precessing vortex core vibration frequency and inversely proportional to the square of mass flow rate. Thus, ensuring the consistency of the swirling flow with varying flow-rate requires the corresponding change of the swirl degree or the influence on the frequency of vibrations of the precessing vortex core. On the basis of the deduced theoretical dependences, the authors have developed and implemented in the computer programs the following calculations: the dependence of the coefficient of the flow swirl on the vortex core vibration frequency; the simulation of the precession of the vortex core in the swirling flow; the research of speed fluctuation in the swirling flow; speed fluctuation during the interaction of swirling jets.

Key words: the phenomenon of cavitation; precessing vortex core; frequency of vibrations; speed fluctuations; flow rate; improved dependence of the degree of fluid swirl.

### Вступ

В багатьох країнах проводять інтенсивні роботи з удосконалення процесів видобування важких вуглеводнів і створюють нову техніку і технології її застосування нових фізичних явищ і ефектів. До таких явищ можна віднести і кавітацію.

Вирішенням багатьох задач щодо теоретичних основ і напрямків практичного використання пульсуючих пристроїв для інтенсифікації процесу нафтовіддачі пластів та руйнування порід при бурінні свердловин займалися академік РАН Ганієв Р. Ф. [1], Міщенко І.Т. [2], Ібрагімов Л.Х. [3], Іванников В.І. [4], Яремійчук Р.С. [5] та ін.

Результати експериментальних і теоретичних досліджень з кавітації викладені в роботах М.І. Гуревича [6], А.Д. Перника [7], Л.А. Епштейна [8], В.М. Івченко [9], Г.В. Логвіновича [10], Г. Біркгоффа і Е. Сарантонелло [11, 12], В.В. Рождественского [13], Р. Кнеппа, Дж. Дейлі, Ф. Хемміта [14], Е. Джонсона [15]. Широке використання закручених потоків із зворотними струменями і з розвиненим прецесуючим вихровим ядром у кавітаторах та інших пристроях зумовило необхідність у більш глибокому дослідженні закручених потоків.

**Метою роботи** є виявлення уточненої залежності ступеня кручення потоку від об'ємної витрати і частоти прецесії вихрового ядра в області стійкої рівноваги закрученого струменя.

### Аналіз сучасних закордонних і вітчизняних досліджень і публікацій

Дослідження таких вчених, як Федоткін І.М., Немчін О.Ф. [16] показали, що явище кавітації може з успіхом використовуватися для інтенсифікації технологічних процесів у різних галузях промисловості. Сургучовим М.Л., Кузнєцовим О.Л., Сімкіним Е.М. виконано лабораторні та промислові дослідження для встановлення дії акустичних коливань та гідродинамі-

чних імпульсних дій на привибійну зону з метою інтенсифікації видобутку нафти та попередження відкладання парафіну [17].

Широке використання закручених потоків із зворотними струменями і з розвиненим прецесуючим вихровим ядром у кавітаторах та інших пристроях зумовило необхідність у більш глибокому дослідженні закручених потоків.

Застосування ефектів кавітації в різних галузях промисловості базується на використанні сучасною наукою теорії закрученого потоку і описує рух рідини в центральній області струменю як обертання цілого (твердого) тіла, а в периферійній частині – як вільний вихор. При цьому для випадків слабого і сильного (із зворотними струменями) закручування потоку пропонуються дві різні системи рівнянь. Існування прецесуючого вихрового ядра (ПВЯ) (тобто джерела кавітації – відсутності суцільності середовища) в потоці робочої рідини передбачається за певних чисел Рейнольдса.

Описуючи рух вихрового ядра у вільному закрученому струмені рідини, необхідно врахувати, що згідно з експериментальними даними [18, 19] вихрове ядро може скручуватися по довжині струменю і здійснювати рух навколо осі струменя в зоні між областю зворотних потоків і приграничним зовнішнім шаром. Саме вихрове ядро в цьому випадку піддається впливу основного потоку, що обертається. При цьому необхідно врахувати: через співмірність розмірів вихрового ядра і струменя дія на ядро буде неоднаковою внаслідок нерівномірного розподілу швидкостей в самому струмені.

### Висвітлення невирішених раніше частин загальної проблеми

Теоретична залежність ступеня кручення потоку від витрати рідини, частоти коливань вихрового ядра і конструктивних параметрів в умовах стійкості самого закрученого потоку свідчить про те, що ступінь кручення потоку прямопропорційний частоті коливань прецесу-

ючого вихрового ядра і оберненопропорційний квадрату масової витрати рідини. Тобто забезпечення стійкості закрученого потоку при зміні витрати вимагає відповідної зміни ступеня кручення або впливу на частоту коливань прецесуючого вихрового ядра.

**Формулювання цілей статті**

Поставлена мета досягається шляхом теоретичного обґрунтування динаміки пульсуючих потоків робочої рідини та встановлення впливу витрати рідини на ступінь її кручення в гідродинамічному кавітаторі.

**Висвітлення основного матеріалу дослідження**

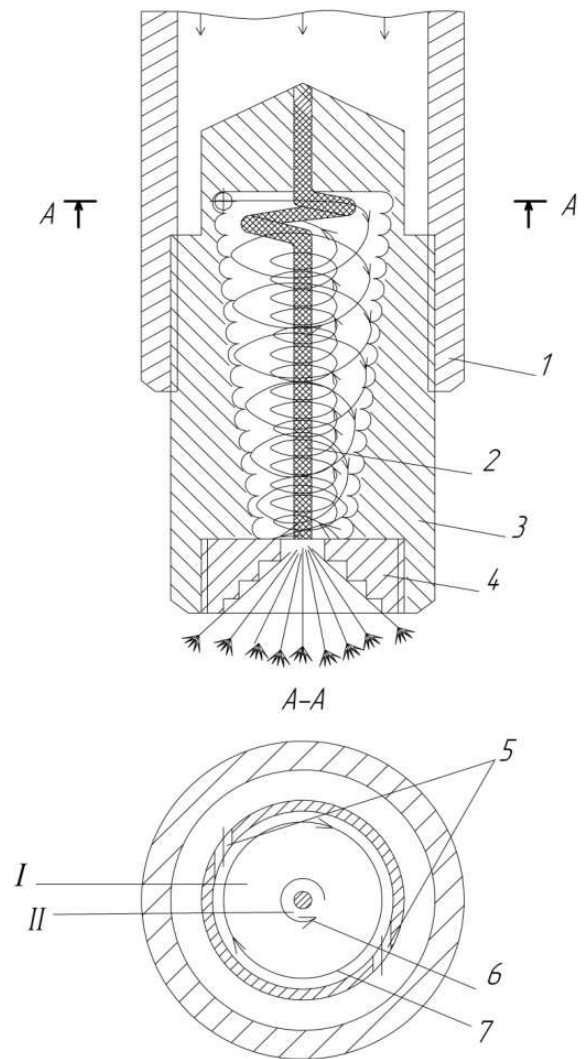
При описанні руху вихрового ядра у вільному закрученому струмені рідини необхідно врахувати, що згідно з експериментальними даними [20, 21] вихрове ядро може скручуватися по довжині струменю і здійснює рух навколо осі струменя в зоні між областю зворотних потоків і приграничним зовнішнім шаром (рис. 1). Саме вихрове ядро в цьому випадку піддається впливу основного закрученого потоку, при цьому необхідно врахувати, що через співмірність розмірів вихрового ядра і струменя дія на нього буде неоднаковою через нерівномірний розподіл швидкостей в самому струмені.

Оскільки положення вихрового ядра в різних перерізах струменя також залежатиме від зміни поля швидкостей по довжині струменя, то приймемо ряд умов:

- вісь вихрового ядра співпадає з віссю абсцис;
- потік, що обертається, має розвинену зону кавітації ( $Re > 1,8 \cdot 10^4$ );
- вихрове ядро знаходиться в області, обмеженій зовнішньою границею зони кавітації і приграничним шаром потоку, що обертається ( $a \leq x \leq b$ ).

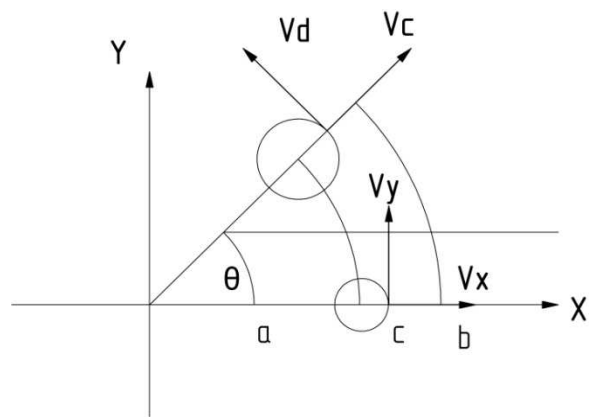
З урахуванням викладеного процес руху вихрового ядра можна математично описати по площинах, перпендикулярних аксіальному напрямку руху основного закрученого потоку. При цьому вісь координат буде розташована в геометричному центрі потоку (рис. 2).

Рух вихрового ядра потоку рідини, що обертається, в площині, описується трьома рівняннями [21]:



*I – зона між областю зворотних потоків;  
II – зона зниженого тиску  
1 – патрубок; 2 – пружинний стержень;  
3 – корпус кавітатора; 4 – ступінчастий дифузор; 5 – вхідні тангенціальні канали;  
6 – зворотний закручений потік; 7 – основний закручений потік*

**Рисунок 1 – Схема руху закручених зворотних потоків гідродинамічному кавітаторі**



**Рисунок 2 – Розташування вихрового ядра в закрученому потоці робочої рідини**

$$X - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \cdot \left( \frac{\partial^2 V_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_x}{\partial y^2} \right) =$$

$$= V_x \frac{\partial V_x}{\partial x} + V_y \frac{\partial V_x}{\partial y}, \quad (1)$$

$$Y - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial y} + \nu \cdot \left( \frac{\partial^2 V_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_y}{\partial y^2} \right) =$$

$$= V_x \frac{\partial V_y}{\partial x} + V_y \frac{\partial V_y}{\partial y}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} = 0. \quad (3)$$

де  $X$  – проекція прискорення масових сил на вісь  $X$ , м/с<sup>2</sup>;

$Y$  – проекція прискорення масових сил на вісь  $Y$ , м/с<sup>2</sup>;

$P$  – тиск, Па;

$V_x, V_y$  – проекції швидкості на осі координат, м/с;

$\nu$  – кінематична в'язкість, м<sup>2</sup>/с;

$\rho$  – густина, кг/м<sup>3</sup>;

$x, y$  – координати, м.

Для отримання складових швидкості вихрового ядра з даної системи рівнянь (1-3) необхідно задати розподіл швидкостей основного (який набігає на вихрове ядро) потоку, що обертається, тиск у вихровому ядрі і початковий розподіл швидкостей у ньому.

Прийmemo в першому наближенні, що розподіл швидкостей основного закрученого потоку відповідає потенційному обертанню [20]:

$$W = \frac{C^I}{r} = \frac{C^I}{\sqrt{(x-x_a)^2 + y^2}}, \quad (4)$$

де  $C^I$  – постійна;

$x, y$  – поточні координати, м;

$x_a$  – відстань від центру струменя (початок координат) до границі області зворотних течій, м.

Тиск в самому вихровому ядрі визначається виразом [21]:

$$P = \rho \cdot \omega^2 \cdot \ln(\sqrt{(x-x_a)^2 + y^2}), \quad (5)$$

де  $\rho$  – густина робочої рідини, м<sup>3</sup>/кг;

$\omega$  – завихреність, що визначається як

$$\omega = 4 \cdot \pi \cdot \Omega, \quad (6)$$

де  $\Omega$  – кутова швидкість, с<sup>-1</sup>.

Приймаючи обертання вихрового ядра як одиночний вихор, можна записати в декартових координатах вираз для швидкості [22]:

$$V = \frac{\Gamma}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{1}{\sqrt{(x-x_c)^2 + y^2}}, \quad (7)$$

де  $x_c$  – відстань від центру потоку, що обертається, до центру прецесуючого вихрового ядра, м;

$\Gamma$  – циркуляція швидкості вихрового ядра, яка визначається за наведеним в [21] виразом:

$$\Gamma = 2 \cdot \pi \cdot \Omega \cdot r^2 = 2 \cdot \pi \cdot \Omega \cdot ((x-x_c)^2 + y^2); \quad (8)$$

звідси швидкість є функцією координат і кутової швидкості:

$$V = \Omega \cdot \sqrt{(x-x_c)^2 + y^2}. \quad (9)$$

Для визначення проекцій прискорення масових сил в рівняннях руху (1-2) прийнято, що на вихрове ядро діє сила динамічного тиску і відцентрова сила [21]:

$$P = \frac{\rho \cdot V^2}{2}, \quad (10)$$

$$P = \rho \cdot W^2 \cdot (x-x_a). \quad (11)$$

Тоді, підставляючи вирази (4-11) в рівняння руху і нерозривності (1-3), шляхом перетворень відповідних функцій (постійні, які отримані в першому наближенні і приймалися рівними нулю) отримаємо наведену нижче систему диференціальних рівнянь:

$$\rho \cdot W^2 \cdot (x-x_a) -$$

$$- \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial(\rho(4 \cdot \pi \cdot \Omega)^2 \cdot \ln \sqrt{(x-x_a)^2 + y^2})}{\partial x} +$$

$$+ \nu \cdot \left( \frac{\partial^2(\Omega \cdot \cos \alpha \cdot \sqrt{(x-x_c)^2 + y^2})}{\partial x^2} + \right.$$

$$\left. + \frac{\partial^2(\Omega \cdot \cos \alpha \cdot \sqrt{(x-x_c)^2 + y^2})}{\partial y^2} \right) =$$

$$= (\Omega \cdot \cos \alpha \cdot \sqrt{(x-x_c)^2 + y^2}) \cdot \frac{\partial V_x}{\partial x} +$$

$$+ (\Omega \cdot \sin \alpha \cdot \sqrt{(x-x_c)^2 + y^2}) \cdot \frac{\partial V_x}{\partial y}, \quad (12)$$

$$\frac{\rho \cdot W^2}{2} - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial(\rho(4 \cdot \pi \cdot \Omega)^2 \cdot \ln \sqrt{(x-x_a)^2 + y^2})}{\partial y} +$$

$$+ \nu \cdot \left( \frac{\partial^2(\Omega \cdot \sin \alpha \cdot \sqrt{(x-x_c)^2 + y^2})}{\partial x^2} + \right.$$

$$\left. + \frac{\partial^2(\Omega \cdot \sin \alpha \cdot \sqrt{(x-x_c)^2 + y^2})}{\partial y^2} \right) =$$

$$= (\Omega \cdot \cos \alpha \cdot \sqrt{(x-x_c)^2 + y^2}) \cdot \frac{\partial V_y}{\partial x} +$$

$$+ (\Omega \cdot \sin \alpha \cdot \sqrt{(x-x_c)^2 + y^2}) \cdot \frac{\partial V_y}{\partial y}, \quad (13)$$

$$\frac{\partial(\Omega \cdot \cos \alpha \cdot \sqrt{(x-x_c)^2 + y^2})}{\partial x} + \frac{\partial(\Omega \cdot \sin \alpha \cdot \sqrt{(x-x_c)^2 + y^2})}{\partial y} = 0, \quad (14)$$

де  $\alpha$  – кут, утворений віссю потоку, що обертається, і центром вихрового ядра.

Для визначення відстані від центру закрученого потоку до межі області кавітації використаємо положення про перехід функції тиску через нуль (у зовнішній частині потоку тиск позитивний, а у внутрішній — негативний), відповідно, в точці  $x_a$  тиск буде рівний нулю. Тоді

$$\Delta P = \rho \cdot \omega^2 \cdot \ln(\sqrt{(x-x_a)^2 + y^2}) = 0, \quad (15)$$

але оскільки густина і завихреність більше нуля, то

$$\ln(\sqrt{(x-x_a)^2 + y^2}) = 0 \quad (16)$$

або

$$(x-x_a)^2 + y^2 = 1, \quad (17)$$

тобто визначення шуканої величини можливе при наданні поточних координат як неявної функції.

Виконуючи часткове диференціювання і дотримуючись подібності, після підстановки (10-11) в (13-14) отримаємо таку систему рівнянь:

$$\rho \cdot \frac{c^2 \cdot (x-x_a)}{(x-x_a)^2 + y^2} - \frac{(4 \cdot \pi \cdot \Omega)^2 \cdot (x-x_c)}{(x-x_a)^2 + y^2} + v \cdot \Omega \cdot \cos \alpha = \quad (18)$$

$$= (\Omega \cdot \cos \alpha)^2 \cdot (x-x_c) + \Omega^2 \cdot y \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha,$$

$$\rho \cdot \frac{c^2}{2 \cdot ((x-x_a)^2 + y^2)} - \frac{(4 \cdot \pi \cdot \Omega)^2 \cdot y}{(x-x_a)^2 + y^2} + v \cdot \Omega \cdot \sin \alpha = \quad (19)$$

$$= (\Omega \cdot \sin \alpha)^2 \cdot y + \Omega^2 \cdot y \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha,$$

$$\frac{\Omega \cdot \cos \alpha \cdot (x-x_c) + \Omega \cdot \sin \alpha \cdot (x-x_c)}{\sqrt{(x-x_c)^2 + y^2}} = 0, \quad (20)$$

$$x^2 - 2 \cdot x \cdot x_a + x_a^2 + y^2 = 1. \quad (21)$$

У даній системі (18-21) необхідно задати поточні координати  $X$  і  $Y$ , константу  $C$ , густину середовища  $\rho$  і кінематичну в'язкість  $\nu$ . При цьому невідомими є  $\alpha$  – кут, утворений віссю потоку, що обертається, і центром вихрового ядра,  $\Omega$  – кутова швидкість,  $x_a$  і  $x_c$  – відстань від початку координат за віссю  $X$  до межі кавітації і центру вихрового ядра відповідно. Це уможливило розв'язання цієї системи відносно вказаних величин.

Тоді з рівняння (21), задаючись значеннями поточних координат, можна визначити відстань від центру потоку, що обертається, до границі зони кавітації.

Щоб обчислити відстань до центру вихрового ядра можна використати рівняння нерозривності потоку, що має вигляд (20) для даного випадку. Прирівнюючи чисельник до нуля, після нескладних перетворень отримаємо залежність  $x_c$  від координати  $y$ ,  $x$  і утвореного віссю потоку і вихрового ядра кута  $\alpha$ :

$$x_c = y \cdot \operatorname{tg} \alpha + x. \quad (22)$$

Для визначення решти невідомих отримані рівняння (18-19) руху вихрового ядра в потенційному потоці, що обертається, були перетворені і набули такого вигляду:

$$\Omega^2 \cdot ((x-x_c) \cdot \cos \alpha - y \cdot \sin \alpha - \frac{(4 \cdot \pi)^2 \cdot y}{\sin \alpha \cdot ((x-x_c)^2 + y^2)}) - \Omega \cdot v + \quad (23)$$

$$+ \frac{\rho \cdot c^2}{2 \cdot \sin \alpha \cdot ((x-x_c)^2 + y^2)} = 0,$$

$$\Omega^2 \cdot (\cos \alpha \cdot (x-x_c) + y \cdot \sin \alpha +$$

$$+ \frac{(4 \cdot \pi)^2 \cdot (x-x_c)}{\cos \alpha \cdot ((x-x_c)^2 + y^2)}) - \Omega \cdot v - \quad (24)$$

$$- \frac{\rho \cdot c^2 \cdot (x-x_c)}{\cos \alpha \cdot ((x-x_c)^2 + y^2)} = 0.$$

З даних квадратних рівнянь відносно кутової швидкості і умови рівності коефіцієнтів при однакових ступенях, а також з врахуванням того, що відомо тільки значення  $x_a$ , отримаємо рівняння для визначення кута між осями струменя і вихрового ядра:

$$\alpha = \operatorname{arctg}\left(-\frac{1}{2 \cdot (x-x_a)}\right). \quad (25)$$

Кутова швидкість закрученого потоку визначається з виразу (23).

Для отримання числових значень скористаємось таким алгоритмом:

1) задаються значеннями  $x$ ,  $y$ ,  $c$ ,  $\rho$ ,  $\nu$ ;

2) з рівняння (22) визначається відстань до границі зворотних потоків  $x_a$ ;

3) за наведеними раніше розрахунковим рівнянням визначаються  $\alpha$ ,  $\Omega$ ,  $x_c$ ;

4) розраховуються складові швидкості вихрового ядра за координатними осями і швидкістю обертання основного потоку (за формулою (4)):

$$V_x = \Omega \cdot \cos \alpha \cdot \sqrt{(x-x_c)^2 + y^2}, \quad (26)$$

$$V_y = \Omega \cdot \sin \alpha \cdot \sqrt{(x-x_c)^2 + y^2}. \quad (27)$$

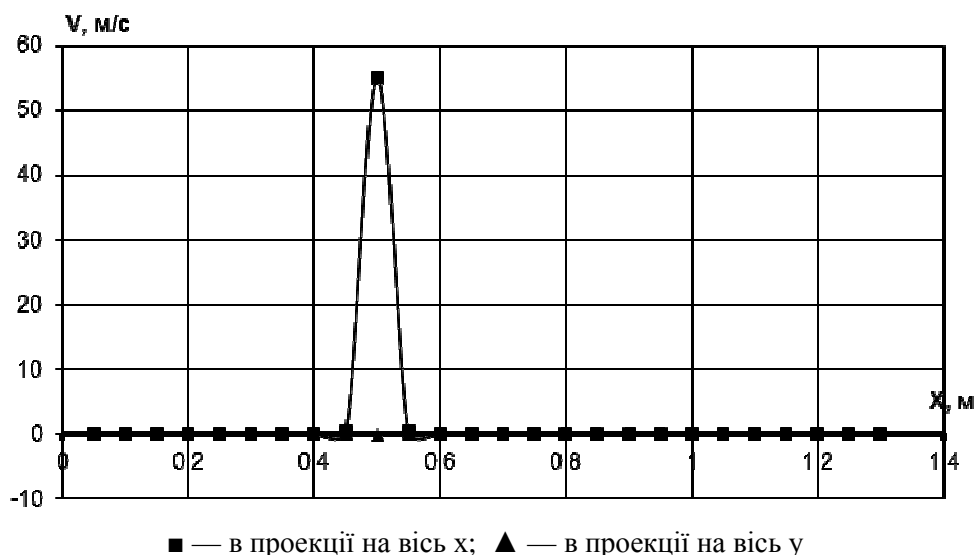


Рисунок 3 – Швидкість у вихровому ядрі в перетині потоку при  $y=0,05$

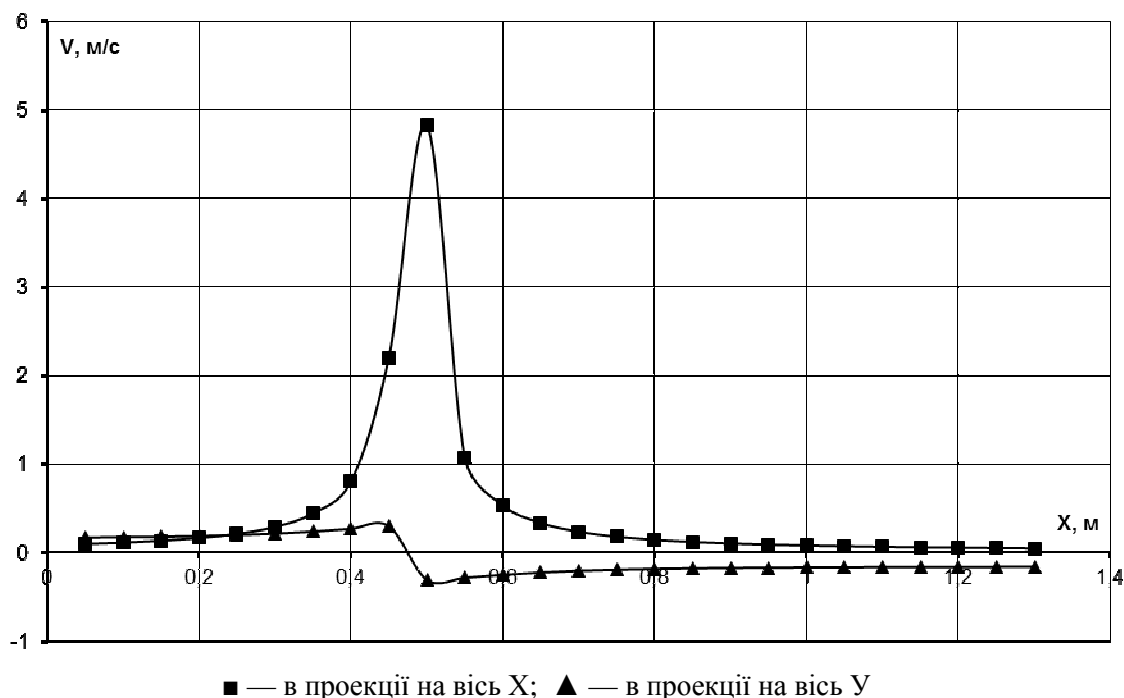


Рисунок 4 – Швидкість у вихровому ядрі в перерізі потоку при  $y=0,25$

Отримані результати моделювання руху вихрового ядра в закрученому потоці з розвинутою зоною кавітації подаються у вигляді залежностей швидкості руху прецесуючого вихрового ядра від координати  $X$  (рис. 3-5), кутової швидкості обертання вихрового ядра від швидкості основного закрученого потоку (рис. 6-8), зміни положення центру вихрового ядра відносно границі кавітації основного закрученого потоку (рис. 9-10).

Аналіз отриманих залежностей швидкості у вихровому ядрі показав, що вихрове ядро розташовується безпосередньо поблизу зони кавітації і має максимум аксіальної швидкості (рис.

4), а у міру руху вихрового ядра відбувається зменшення аксіальної і збільшення тангенціальною складових швидкості. При цьому саме ядро збільшується за розміром (рис. 4-5). Проводчи аналогію з утворенням вихорів при обтіканні потоком робочої рідини твердих тіл маємо підстави припустити можливість подальшого його подрібнення на декілька вихрових ядер.

Аналіз рисунків 6-8 залежності кутової швидкості обертання вихрового ядра від швидкості основного закрученого потоку свідчить, що в міру руху вихрового ядра швидкість  $V$  істотно не впливає на кутову швидкість.

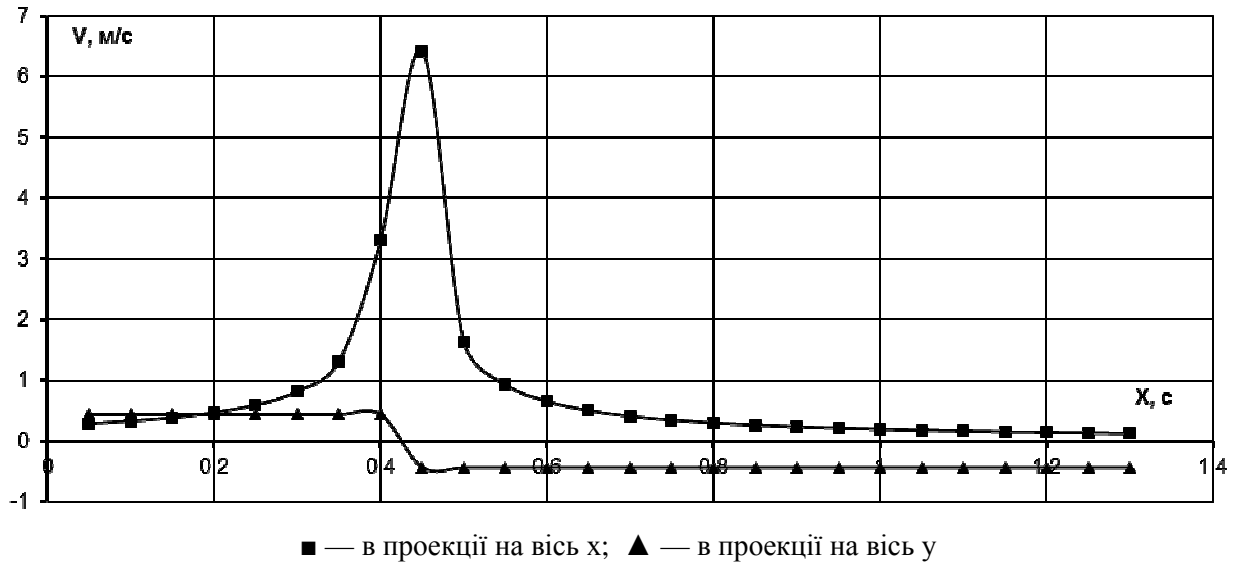


Рисунок 5 – Швидкість у вихровому ядрі в перерізі потоку при  $u=0,5$

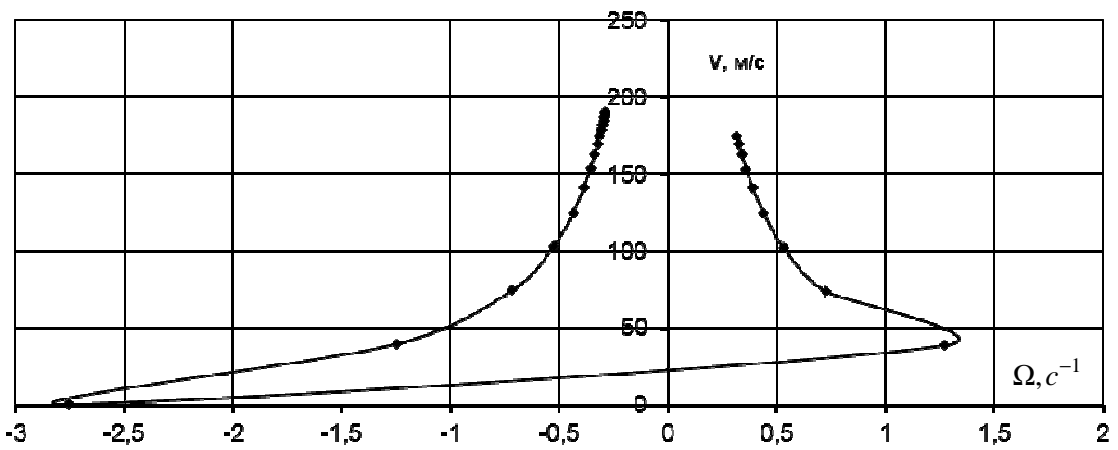


Рисунок 6 – Залежність кутової швидкості обертання вихрового ядра від швидкості потоку, що обертається, при  $u=0,05$

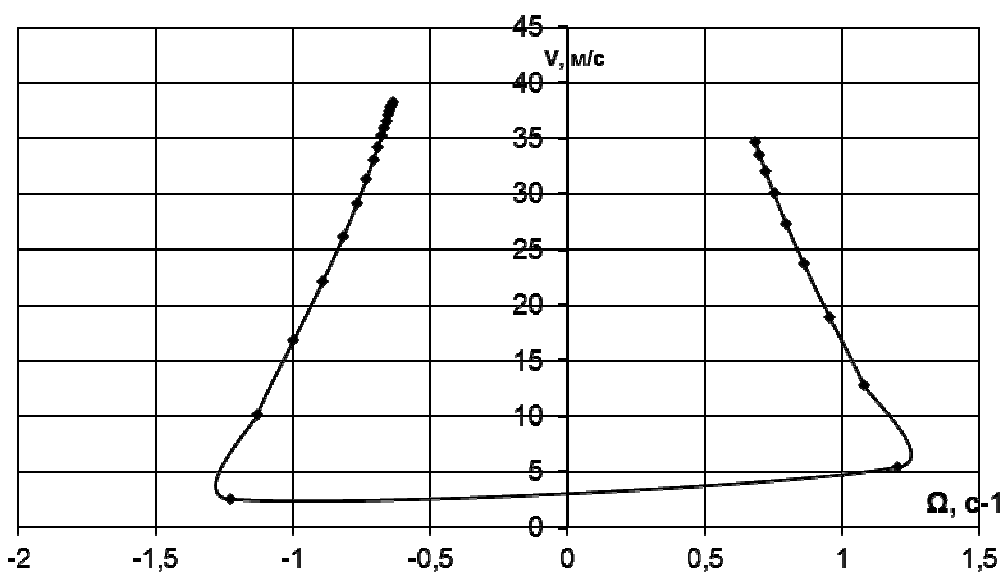


Рисунок 7 – Залежність кутової швидкості обертання вихрового ядра від швидкості потоку, що обертається, при  $u=0,25$

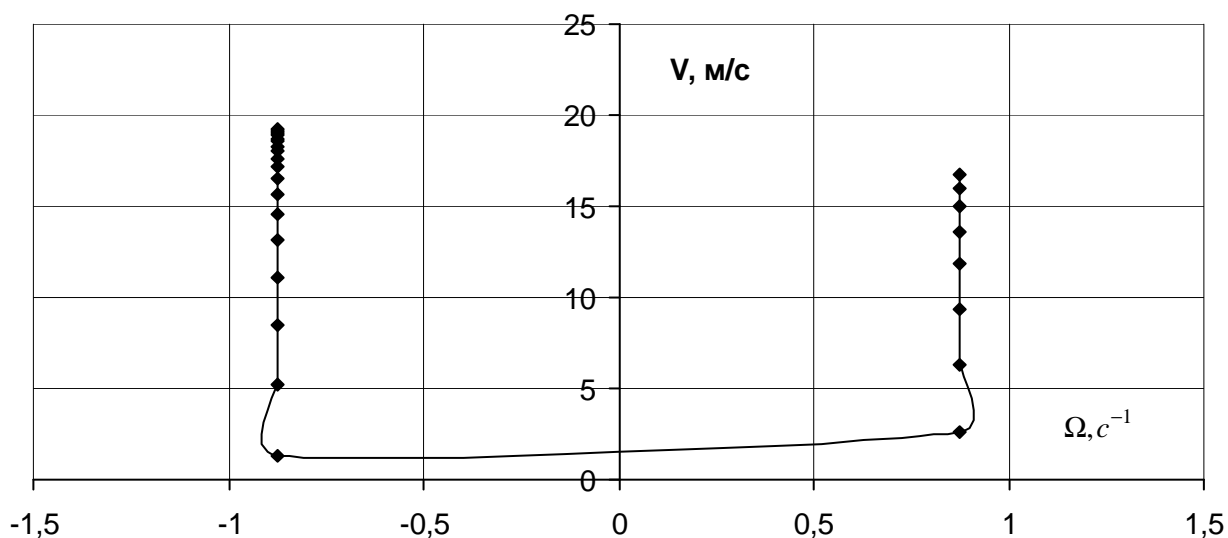


Рисунок 8 – Залежність кутової швидкості обертання вихрового ядра від швидкості закрученого потоку при  $y=0,5$

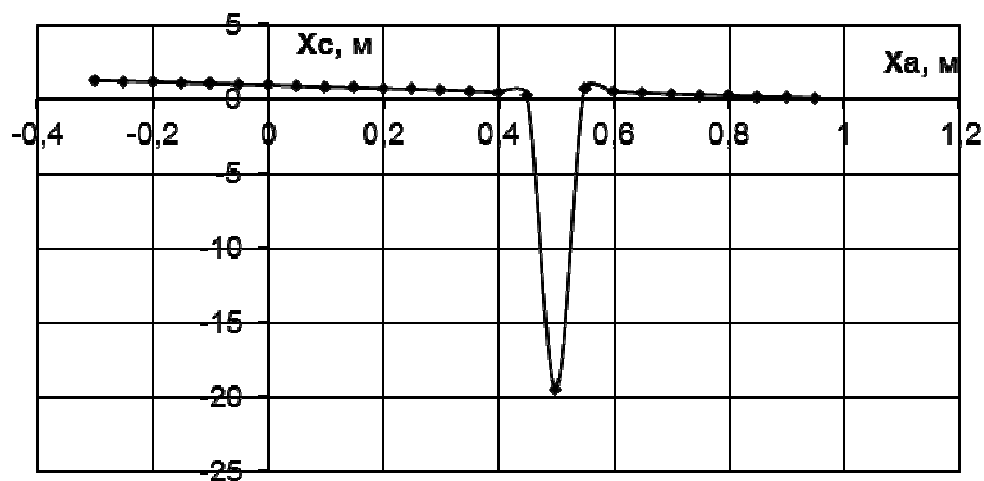


Рисунок 9 – Зміна положення центру вихрового ядра відносно границі зворотних потоків при  $y=0,05$

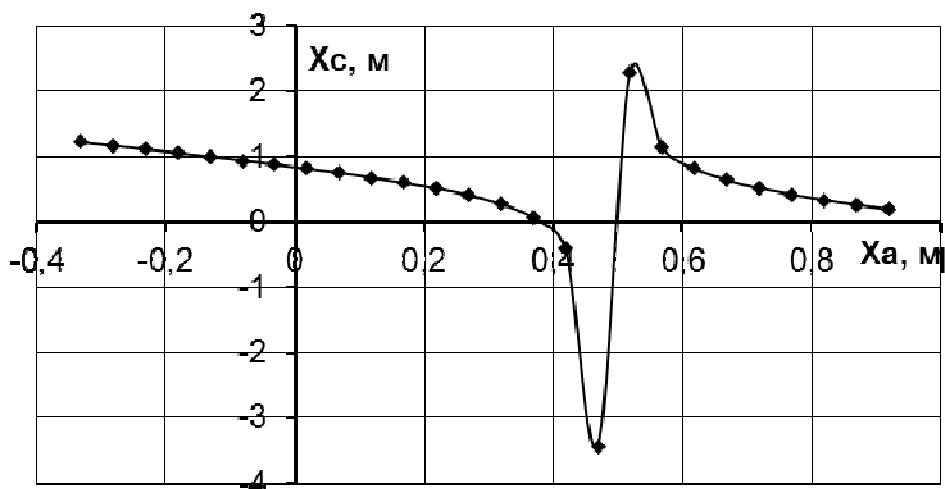


Рисунок 10 – Зміна положення центру вихрового ядра відносно границі зворотних потоків при  $y=0,25-0,5$

Зміна положення центру вихрового ядра відносно границі кавітації (рис. 9-10) свідчить, що вихрове ядро розташовується практично на одній відстані від межі зворотних потоків (за винятком вузької області, де відбуваються його нутації, викликані, очевидно, коливаннями аксіальної швидкості вихрового ядра).

Відомі критерії стійкості закручених потоків визначають границі руйнування структури з появою області з низьким тиском в центральній частині закрученого потоку і виникнення прецесуючого вихрового ядра [22, 23]. Тобто за даними критеріями неможливо оцінити стійкість закрученого потоку при існуванні кавітації.

Для визначення умов стійкості закручених потоків при існуванні вихрового прецесуючого ядра використаємо спосіб розрахунку нестационарних періодичних течій. При цьому приймається припущення, що основний потік є стаціонарним. Додатково на потік накладаються нестационарні коливання вихрового ядра.

Виходячи з припущення, що основний вплив на стійкість закрученого потоку здійснюється вихровим прецесуючим ядром розв'язок поставленої задачі можливий при мінімізації амплітуди коливань останнього. Для цього розглянемо амплітуду коливань швидкості як функцію від осцилюючої складової  $u_1$ , представлену у вигляді [23]:

$$A = U_1 \cdot \frac{\partial u_1}{\partial x} . \quad (28)$$

З урахуванням прийнятих раніше припущень і граничних умов отримано залежність амплітуди коливань швидкості від пульсацій вихрового ядра:

$$A = \Omega^2 x(1+L) \left( \sin(nt) - e^{-\frac{y}{\delta}} \sin\left(nt - \frac{y}{\delta}\right) \right) \times \left( \sin(nt) - e^{-\frac{y}{\delta}} \sin\left(nt - \frac{y}{\delta}\right) \right) \left( 1+L - \frac{x^2 L}{2vt} \right), \quad (29)$$

де

$$L = e^{-x^2/4vt} . \quad (30)$$

Аналізуючи отриману залежність (30), бачимо, що амплітуда коливань дорівнюватиме нулю у разі виконанні однієї з умов K1, K2, K3:

$$1+L=0 ; \quad (31)$$

$$\sin(nt) - e^{-\frac{y}{\delta}} \sin\left(nt - \frac{y}{\delta}\right) = 0 ; \quad (32)$$

$$1+L - \frac{x^2 L}{2vt} = 0 . \quad (33)$$

Очевидно, що перша умова стабілізується, і в границі дорівнює одиниці (при необмеженому збільшенні часу).

Друга умова визначатиме зміну гармонічних коливань швидкості з плином часу. При цьому великий вплив на характер коливань чинить хвильове число  $n$ .

Третя умова також стабілізується з плином часу і прямує у границі до одиниці.

Отримані результати моделювання амплітуди швидкості в закрученому потоці у випадку розвиненої зони кавітації представлені у вигляді залежностей амплітуди і отриманих критеріїв від координат (рис. 11-14), від частоти коливань вихрового ядра (рис. 15-16), від часу (рис. 17-18), від хвильового числа (рис. 19-23), від коефіцієнта кінематичної в'язкості (рис. 24-25).

Розглядаючи зміну амплітуди коливань швидкості закрученого потоку і критеріїв (31-33) залежно від координат (рис.11-14), необхідно зазначити, що в поперечному напрямі спостерігається досягнення максимуму амплітуди в області розташування вихрового ядра. Це свідчить про обмеження розповсюдження поперечних хвиль, що створюються прецесуючим вихровим ядром. Водночас у повздовжньому напрямі, починаючи від границі зони кавітації і до зовнішнього приграничного закрученого потоку, амплітуда коливань швидкості збільшується, підтверджуючи експериментальні дані інших науковців [20]. Розгляд залежності критеріїв від координат вказує на їх стабілізацію поза зоною зворотних потоків як в повздовжньому, так і в поперечному напрямках.

Аналіз зміни амплітуди коливань швидкості потоку, що обертається, зі збільшенням частоти пульсацій вихрового ядра (рис. 16) свідчить, що основний внесок роблять низькочастотні пульсації, а критерії практично не змінюються зі збільшенням  $f$  (рис. 17), що підтверджує припущення про розпад вихрового ядра на декілька дрібніших з вищою частотою коливань.

Залежність амплітуди від часу (рис. 17) характеризується гармонійним характером, при цьому період коливань швидкості закрученого потоку рівний 60 с. Аналіз зміни критеріїв у часі (рис. 18-19) свідчить, що перший критерій дещо збільшується в часі, а третій критерій зменшується і стабілізується при  $t=150$  с. Тобто основний вплив на характер зміни амплітуди чинить другий критерій (рис. 19), решта критеріїв його лише згладжують.

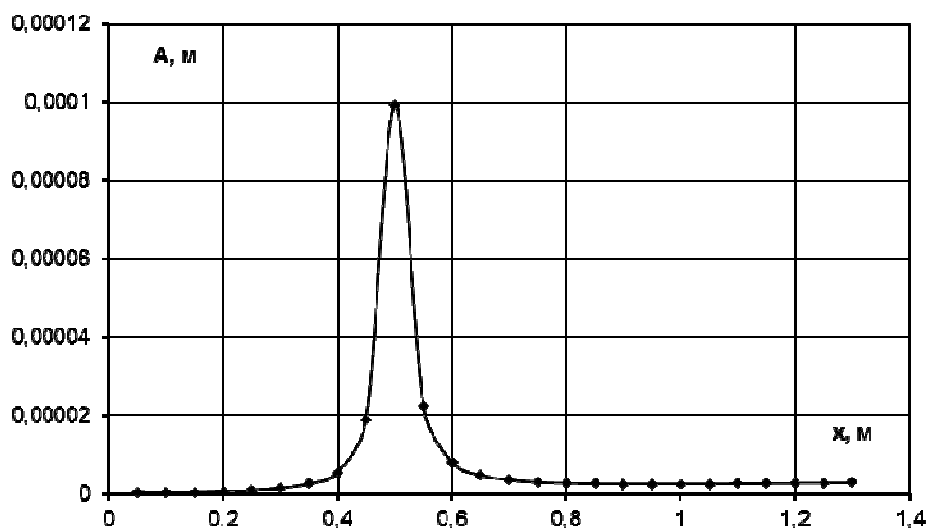
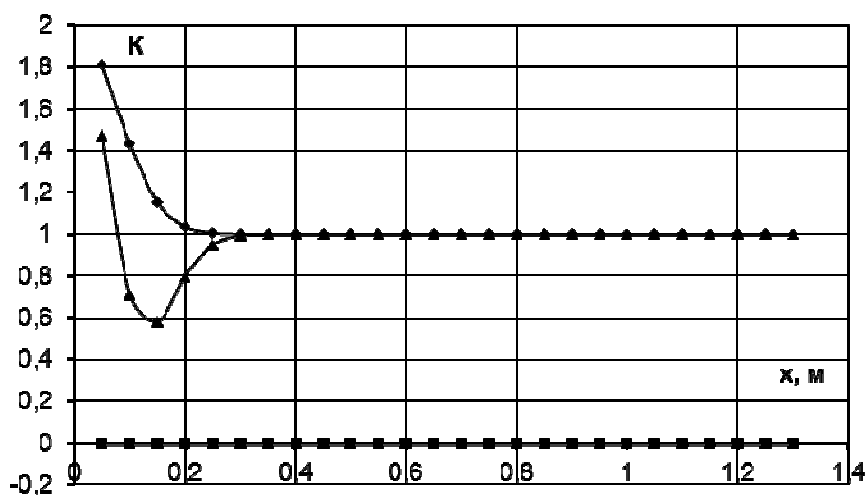


Рисунок 11 – Залежність амплітуди коливань швидкості в закрученому потоці від координати  $X$



◆ - перший критерій; ■ — другий критерій; ▲ — третій критерій

Рисунок 12 – Залежність критеріїв від координати  $X$

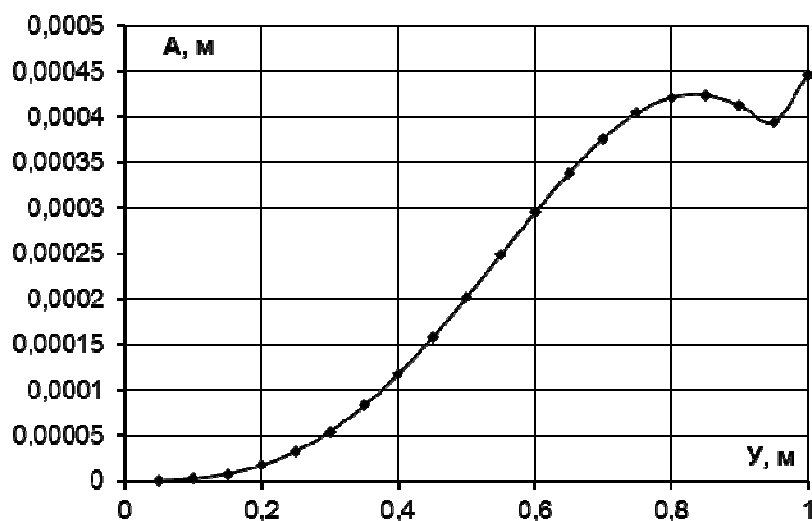
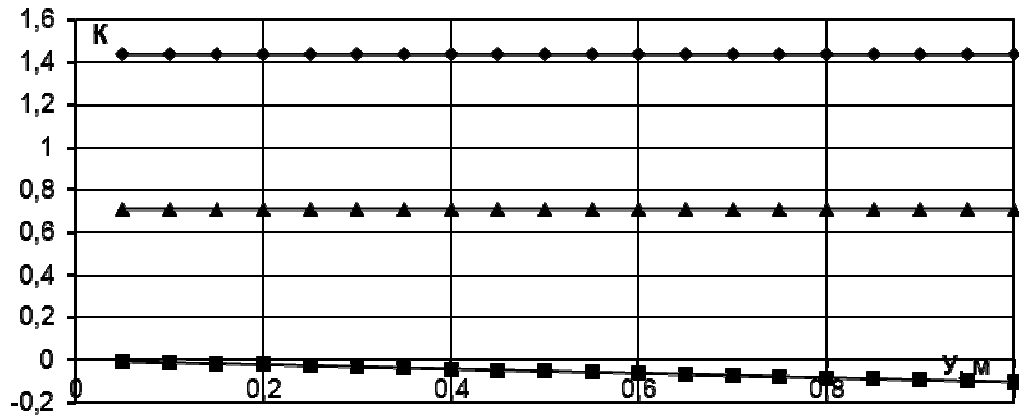


Рисунок 13 – Залежність амплітуди коливань швидкості в закрученому потоці від координати  $Y$



◆ - перший критерій; ■ — другий критерій; ▲ — третій критерій

Рисунок 14 – Залежність критеріїв від координати Y

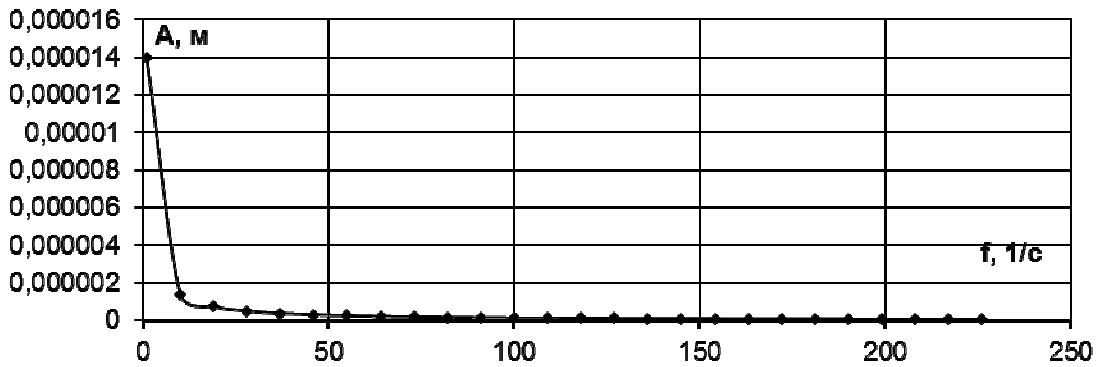
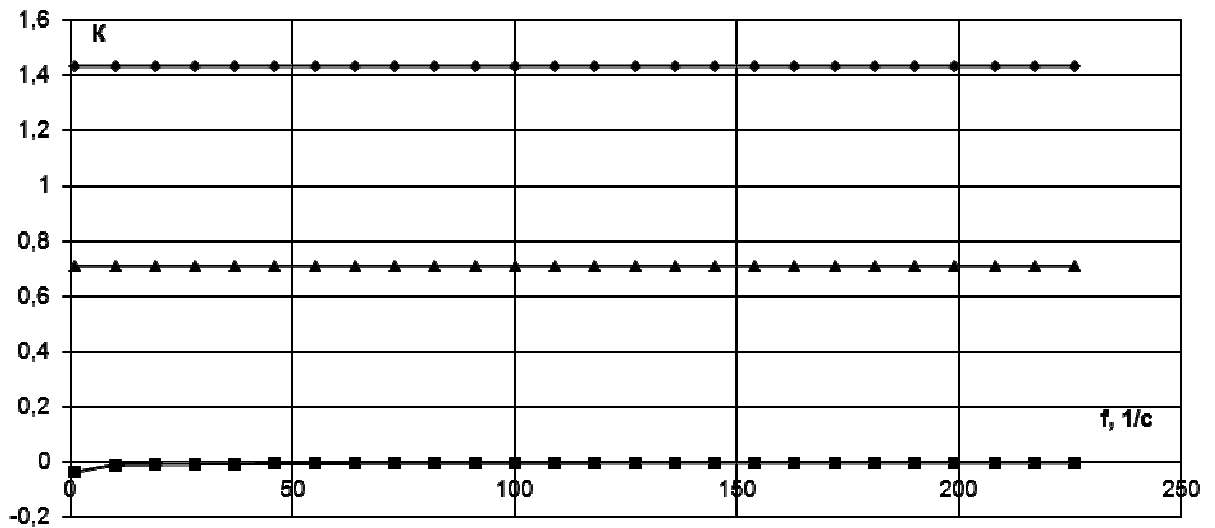


Рисунок 15 – Залежність амплітуди коливань швидкості в закрученому потоці від частоти коливань вихрового ядра



◆ - перший критерій; ■ — другий критерій; ▲ — третій критерій

Рисунок 16 – Залежність критеріїв від частоти коливань вихрового ядра

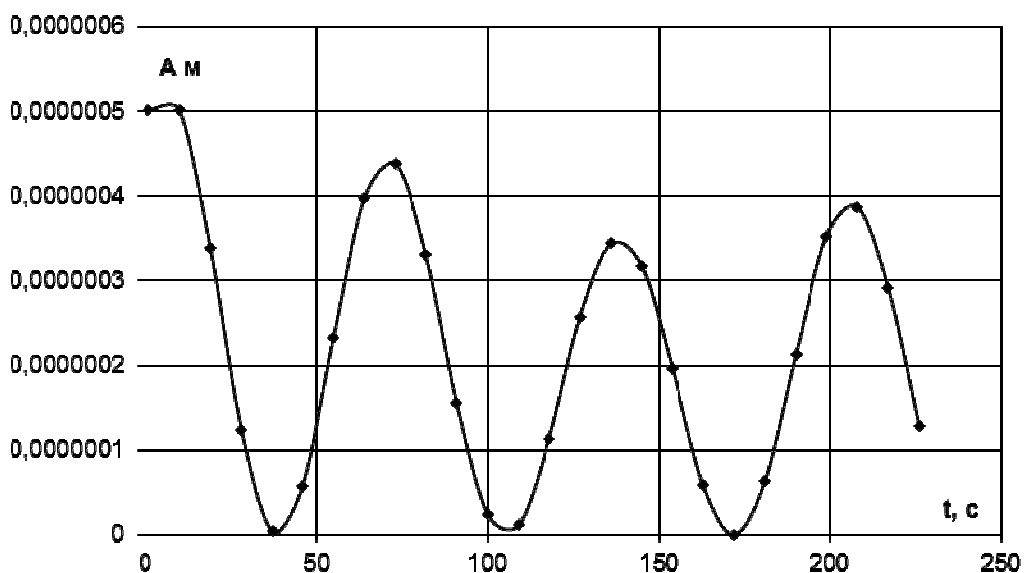


Рисунок 17 – Залежність амплітуди коливань швидкості в закрученому потоці від часу

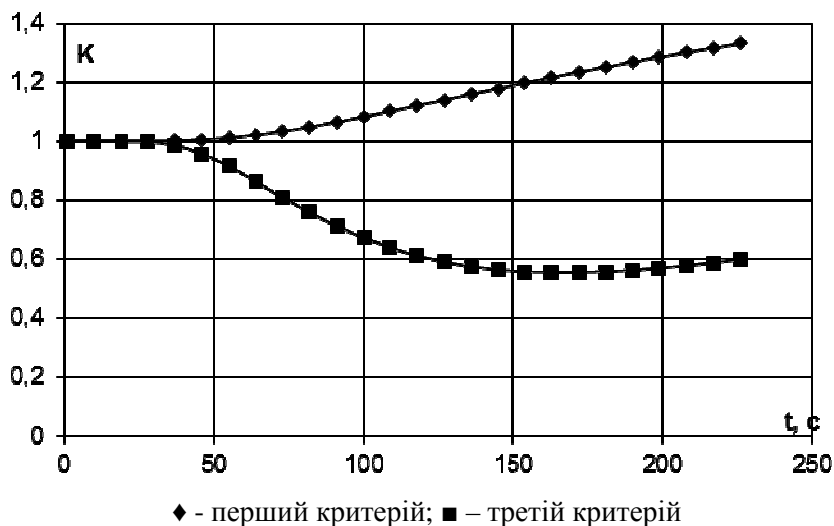


Рисунок 18 – Залежність критеріїв від часу

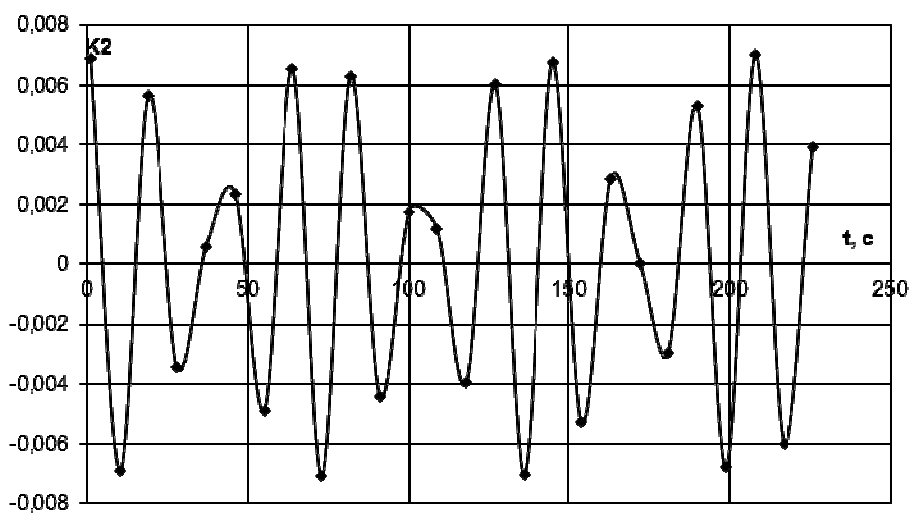


Рисунок 19 – Залежність другого критерію від часу

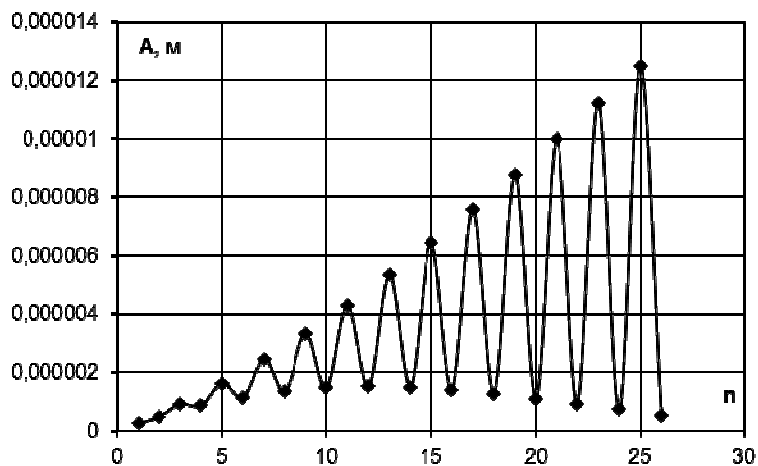


Рисунок 20 - Залежність амплітуди коливань швидкості в закрученому потоці від хвильового числа  $n$

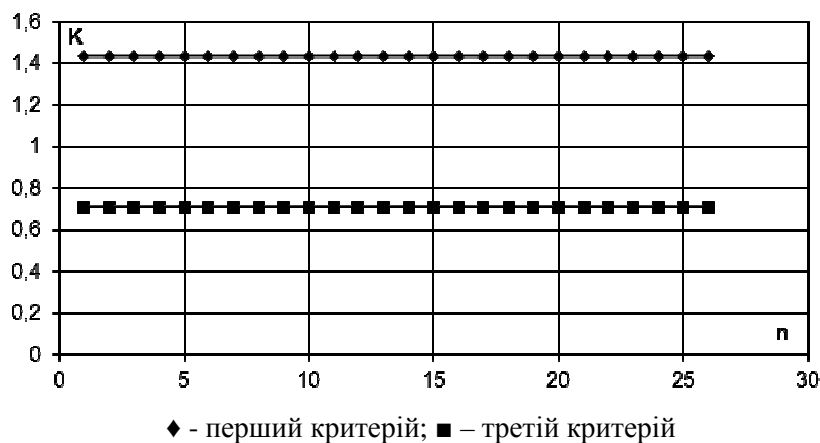


Рисунок 21 – Залежність критеріїв від числа  $n$

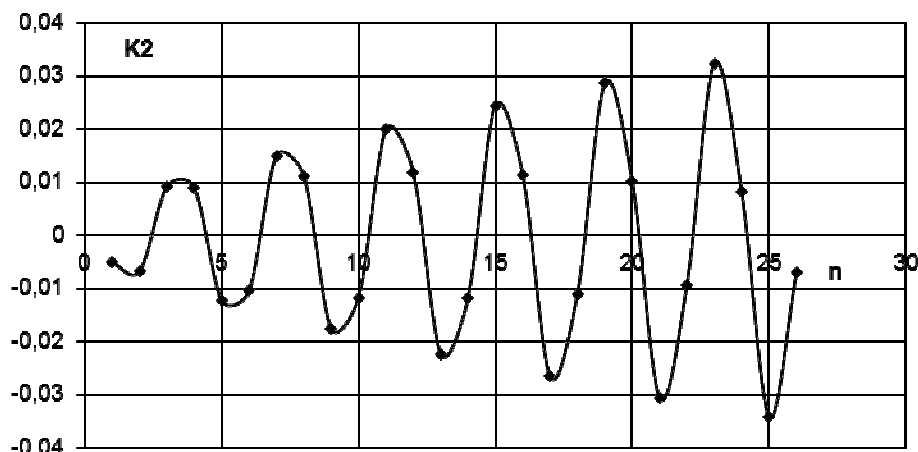


Рисунок 22 – Залежність другого критерію від хвильового числа  $n$

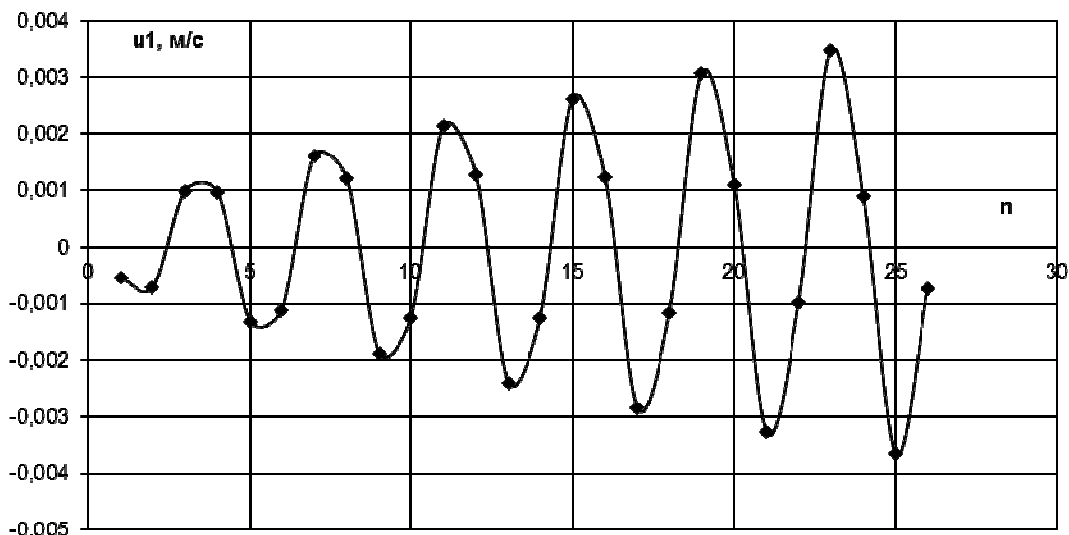


Рисунок 23 – Залежність осцилюючої швидкості  $u_1$  від хвильового числа  $n$

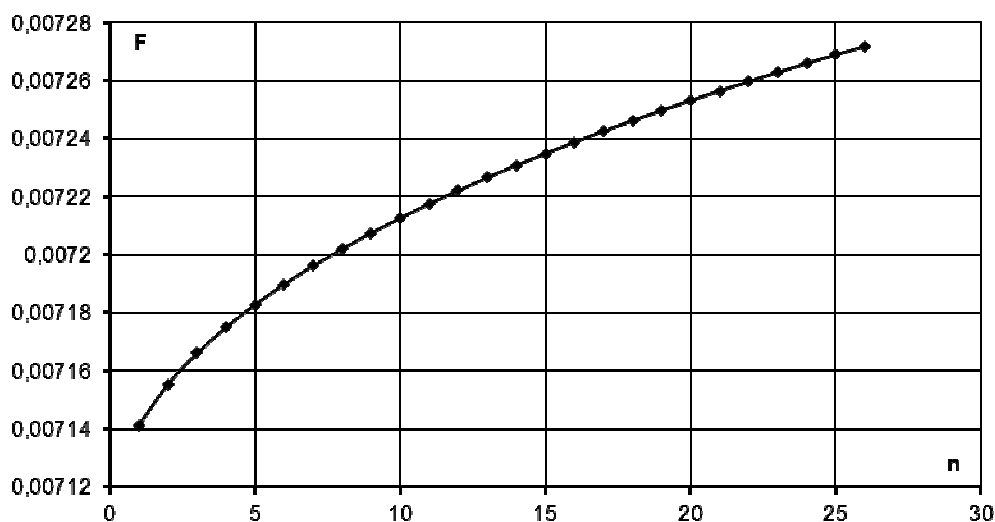


Рисунок 24 – Залежність сили  $F$  від хвильового числа  $n$

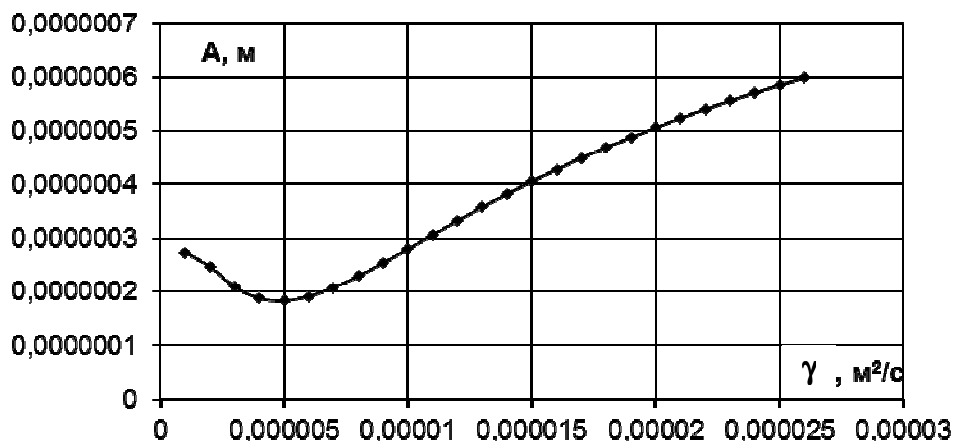


Рисунок 25 – Залежність амплітуди коливань швидкості в закрученому потоці від кінематичної в'язкості

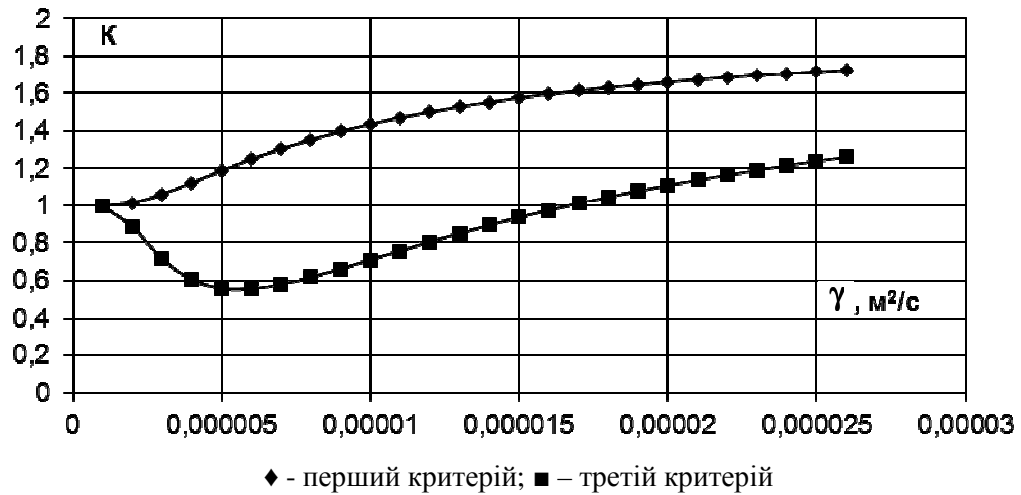


Рисунок 26 – Залежність критеріїв від кінематичної в'язкості

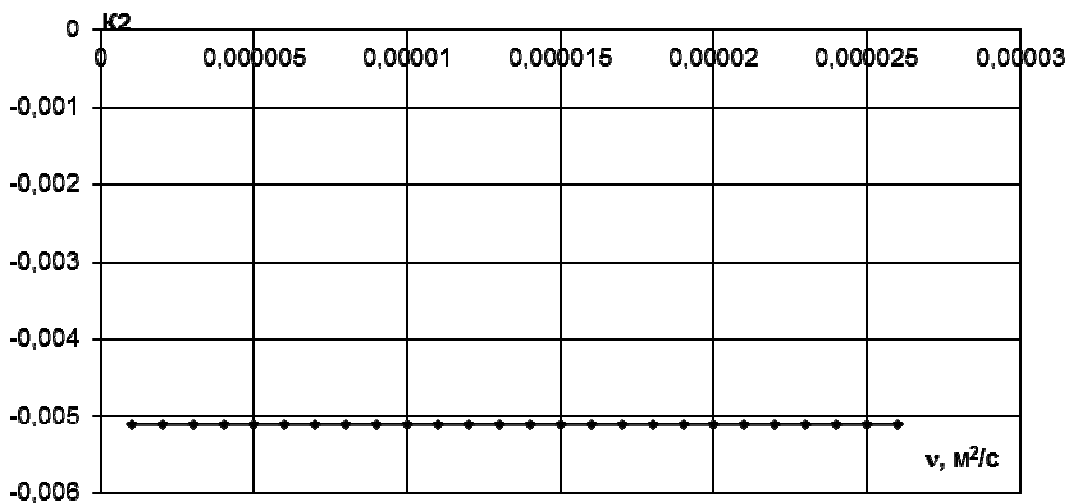


Рисунок 27 – Залежність другого критерію від кінематичної в'язкості

Аналіз залежності амплітуди коливань швидкості закрученого потоку, від хвильового числа (рис. 20) вказує на її гармонічний характер. При цьому збільшення числа  $n$  супроводжується збільшенням амплітуди коливань. Знаходження амплітуди в області позитивних значень пояснюється впливом першого і третього критеріїв, а гармонічний характер функції – впливом другого критерію (рис. 21-22).

Порівнюючи залежність осцилюючої швидкості вихрового ядра від хвильового числа (рис. 23) і характер зміни другого критерію (рис. 22), слід вказати на їх тотожність, а враховуючи, що на характер амплітуди коливань основний вплив чинить саме другий критерій, то можна зробити висновок про значний вплив вихрового ядра на стійкість закрученого потоку з розвиненою зоною кавітації.

Вплив кінематичної в'язкості на амплітуду коливань швидкості закрученого потоку (рис. 25) має двоякий характер – до величини  $0,000005 \text{ m}^2/\text{c}$  амплітуда знижується, а потім

монотонно збільшується. При цьому подібність профілів графіків амплітуди і третього критерію (рис. 26) дає підстави зробити висновок про визначальний вплив останнього. Вплив кінематичної в'язкості на другий критерій (рис. 27) незначний.

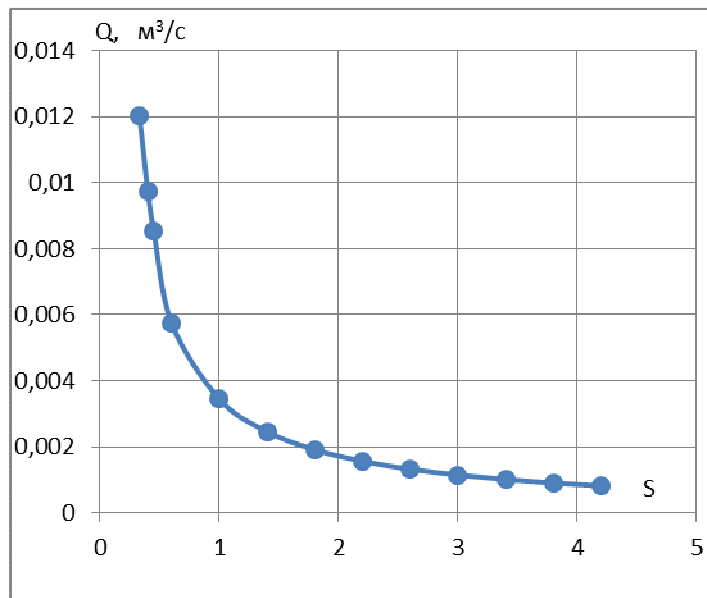
У ході аналізу теоретичних даних і дослідження чинників, що впливають на стійкість вихрових структур, вивлено збільшення у міру руху розмірів вихрового ядра з подальшим його руйнуванням. У той же час відомо, що мінімальна кутова швидкість власного обертання твердого тіла, необхідна для стійкого його руху, визначається рівністю [23]:

$$\omega_{\min} = \frac{2}{I} \cdot \sqrt{P \cdot a \cdot A} \quad (34)$$

де  $P$  – сила Коріоліса;

$a$  – відстань від точки опори тіла, що обертається, до центру обертання, м;

$A$  – момент інерції відносно осі, перпендикулярної до осі власного обертання;



Рисунки 28 – Залежність витрати рідини від ступеня кручення

$I$  – полярний момент інерції відносно центральної осі.

Враховуючи, що обертання вихрового ядра описується як обертання твердого тіла, а основні параметри ПВЯ визначені в [20] і містять коефіцієнт кручення, об'ємну витрату рідини, пов'язані з частотою коливань вихрового ядра:

–  $\frac{fD_e^3}{Q}$  – приведена частота;

–  $\frac{G_\theta D_e}{\rho Q^2}$  – приведений момент кількості руху;

–  $\frac{\Delta P \cdot D_e^3}{G_\theta}$  – приведена інтенсивність пульсацій тиску.

Відтак можна отримати функцію ступеня кручення потоку в залежності від витрати і частоти коливань ПВЯ за умови стійкості потоку, що сам обертається.

Приймаючи точку опори за центр струменя і визначаючи момент інерції як момент інерції ПВЯ відносно осі, яка перпендикулярна осі його обертання і підставляючи значення  $P$ ,  $a$ ,  $A$ ,  $I$  в рівняння (34) з урахуванням виразів для основних параметрів ПВЯ [20], отримаємо:

$$\omega_{\min} = \frac{2 \cdot a^2 \cdot f}{\sqrt{R \cdot L}} \quad (35)$$

Потік моменту кількості руху в осьовому напрямку в закрученому потоці визначається виразом, наведеним в [20]:

$$G_\theta = \frac{\pi}{2} \cdot \rho \cdot u_{mo} \cdot \omega_{mo} \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^3 \quad (36)$$

Ступінь кручення в потоці згідно з [60]:

$$S = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{G_\theta \cdot d}{\rho \cdot Q^2} \quad (37)$$

Тоді, порівнюючи (36) до  $\omega_{mo}$  у (37) і підставляючи у вираз (38), отримаємо уточнену залежність ступеня кручення потоку від об'ємної витрати і частоти прецесії вихрового ядра в області стійкої рівноваги закрученого струменя:

$$S = \frac{\pi^2}{8} \cdot \frac{d^4 \cdot f \cdot u_{mo} \cdot a^2}{Q^2 \cdot \sqrt{R \cdot L}} \quad (38)$$

де  $u_{mo}$  – максимальна осьова швидкість потоку, м/с;

$f$  – частота ПВЯ, с<sup>-1</sup>;

$d$  – діаметр вихідного отвору вихрової камери, м;

$a$  – відстань від центру струменя до перерізу ПВЯ, м;

$R$  – відстань за радіусом до центру ПВЯ, м;

$L$  – довжина камери завихрення, м;

$Q$  – об'ємна витрата робочої рідини, м³/с.

Аналіз отриманої залежності свідчить, що ступінь кручення потоку прямопропорційний частоті коливань прецесуючого вихрового ядра і оберненопропорційний квадрату об'ємної витрати рідини, тобто забезпечення стійкості закрученого потоку при варіюванні витрати вимагає відповідної зміни ступеня кручення (рис. 28) або зміни частоти коливань ПВЯ.

За відомим ступенем кручення можна визначити витрату рідини, що, в свою чергу, дозволяє за допомогою табульованих значень або відомих номограм визначити тиск, який необхідно створити поверхневим насосним агрегатом щоб забезпечити кавітаційно-пульсаційні

Таблиця 1 – Значення ступеню кручення потоку при різних витратах робочої рідини

Витрата рідини, м <sup>3</sup> /с	0,001	0,002	0,004	0,006	0,008	0,01
Ступінь кручення за фор. (37)	3,04	1,67	0,74	0,64	0,41	0,38
Ступінь кручення за фор. (38)	3,20	1,80	0,80	0,70	0,45	0,42

коливання на виході з вихрової камери, достатні для руйнування механічної структури високов'язкої нафти. Такі ж обчислення можна проводити і у зворотному напрямку, тобто за відомим значенням тиску, який створюється повертливим насосом, можна визначити ступінь кручення або витрату робочої рідини, що забезпечить зниження в'язкості нафти під час роботи гідродинамічного кавітатора у свердловинних умовах.

Отримані у ході розрахунку ступеня кручення за формулою (37) і уточненою формулою (38) результати зведені до таблиці 1.

### Висновки

Широке використання закручених потоків із зворотними струменями і з розвиненим прецесуючим вихровим ядром у кавітаторах та інших пристроях зумовило необхідність більш глибокого дослідження закручених потоків.

Застосування ефектів кавітації в різних галузях промисловості базується на використанні сучасною наукою теорії закрученого потоку і описує рух рідини в центральній області струменю як обертання цілого (твердого) тіла, а периферійну частину – як вільний вихор. При цьому для випадків слабого і сильного (із зворотними струменями) закручування потоку пропонуються дві різні системи рівнянь. Існування прецесуючого вихрового ядра (тобто джерела кавітації як відсутності суцільності середовища) в потоці робочої рідини передбачається за певних чисел Рейнольдса.

Залежність ступеня кручення потоку від витрати рідини, частоти коливань вихрового ядра і конструктивних параметрів в умовах стійкості самого закрученого потоку показала, що ступінь кручення потоку прямопропорційний частоті коливань прецесуючого вихрового ядра і оберненопропорційний квадрату масової витрати рідини. Тобто забезпечення стійкості закрученого потоку при зміні витрати вимагає відповідної зміни ступеня кручення або впливу на частоту коливань прецесуючого вихрового ядра.

Значення ступеня кручення потоку будуть меншими при обчисленні за формулою (37), яка не враховує впливу частоти ПВЯ на колову швидкість потоку робочої рідини. А в реально-

му процесі відбувається взаємний вплив ПВЯ і швидкості руху робочої рідини, що призводить до збільшення значень ступеня кручення. Отримана уточнена залежність дає на 5-10 % точніші значення ступеня кручення.

Отримані умови рівноваги закрученого потоку в області існування розвиненої зони кавітації і прецесуючого вихрового ядра дозволяє визначити найбільш раціональні параметри роботи гідродинамічного кавітатора при варіюванні його продуктивності і способі стабілізації закрученого потоку. Ці параметри дозволяють застосовувати конструкцію гідродинамічного кавітатора у технологічній схемі при видобуванні високов'язких нафт струминними насосами. Синхронна робота кавітатора і насоса дає можливість суттєво знижувати в'язкість нафти на вході у всмоктувальну лінію струминного насоса.

### Наукова новизна одержаних результатів

Одержано уточнену аналітичну залежність ступеня кручення потоку робочої рідини у кавітаторі від її витрати та частоти коливань вихрового ядра, які сприяють виникненню кавітаційно-пульсаційних коливань – основних чинників явища кавітації.

### Література

1. Ганиев Р. Ф., Украинский Л. Е. Нелинейная волновая механика и технология. Волновые и колебательные явления в основе высоких технологий. Изд. 2-ое, доп. М.: Институт компьютерных исследований; Научно-издательский центр «Регулярная и хаотическая динамика». 2011. 780 с.
2. Мищенко И. Т., Ибрагимов Л. Х. Разработка и внедрение технологии управляемого волнового воздействия на призабойную зону пласта. *Актуальные проблемы состояния и развития нефтегазового комплекса России: тезисы докладов научно-технической конференции*. М. 1994. С. 25 – 31.
3. Ибрагимов Л. Х. Интенсификация добычи нефти с применением генераторов турбулентных струй и адиабатных двухфазных потоков. *Нефтепромысловое дело*. 1996. № 6. С. 17 – 22.

4. Иванников В.И., Иванников И.В. Кавитация и возможности ее применения при бурении, освоении и эксплуатации скважин. *Строительство нефтяных и газовых скважин на суше и на море*. 2002. № 12. С. 5 – 11.

5. Яремійчук Р.С., Фем'як Я.М., Якимечко Я.Я. Руйнування гірських порід при кавітаційному бурінні свердловин. *Тези науково-технічної конференції професорсько-викладацького складу ІФНТУНГ "Секція ГНПФ та ФНГП"*. Івано-Франківськ. 1999. С. 111–112.

6. Гуревич М.И. Теория струй идеальной жидкости. М.: Наука, 1979. 536 с.

7. Перник А.Д. Проблемы кавитации. Л.: Судостроение, 1966. 439 с.

8. Эпштейн Л.А. Методы теории размерности и подобия в задачах гидродинамики судов. Л.: Судостроение, 1970. 206 с.

9. Ивченко В.М. Нестационарные задачи гидромеханики суперкавитирующих тел. *Гидроаэродинамика несущих поверхностей*. Киев: Наукова думка, 1966. С. 230-246.

10. Логвинович Г.В. Гидродинамика течений со свободными границами. Киев: Наук. думка, 1969. 208 с.

11. Биркгоф Г. Математический анализ кавитации. Неустановившеся течение воды с большими скоростями. М.: Наука, 1973. С. 19-38.

12. Биркгоф Г., Сарантонелло Э. Струи, следы, каверны. М.: Мир, 1964. 457 с.

13. Рождественский В.В. Кавитация. Л.: Судостроение, 1977. 248 с.

14. Кавитация / Кнепп Р., Дейли Дж., Хеммит Ф. М.: Мир, 1974. 678 с.

15. Джонсон Э. Экспериментальное исследование кавитационных течений. Неустановившеся течение воды с большими скоростями. М.: Наука, 1973. С. 59-84.

16. Федоткин И.М., Немчин А.Ф. Использование кавитации в технологических процессах. К.: Вища школа, 1984. 68 с.

17. Вахитов Г.Г., Симкин Э.М. Использование физических полей для извлечения нефти из пластов. М.: Недра. 1985. 231 с.

18. Гупта А., Лилли Д., Сайред Н. Закрученные потоки. пер. с англ. М.: Мир, 1987. 588 с.

19. Теория турбулентных струй / Абрамович Г.Н., Гиршович Т.А., Крашеников С.Ю. [и др.]; изд-е 2-е перераб. и доп. М.: Наука, 1984. 717 с.

20. Зайцев О.Н. Теоретические исследования устойчивости закрученных потоков при прецессии вихревого ядра. *Вісник ОДАБА*. 2002. №8. С. 68-71.

21. Зайцев О.Н. Исследование прецессии вихревого ядра в закрученном потоке газа. *Химия, химическая технология и экология*. 2002. №2. Т. 2. С.43-46.

22. Зайцев О.Н. Влияние степени крутки на устойчивость структуры закрученного потока в теплогенерирующих установках. *Управління ефективним енерговикористанням: матеріали 5-ої міжнародної наук.-практ. конф.* Одеса: Головне управл. ЖКГЕЕ. 2003. С.73-75.

23. Антонов А.Н., Купцов В.М., Комаров В.В. Пульсации давления при струйных и открытых течениях. М.: Машиностроение, 1990. 272 с.

## References

1. Ganiev R. F., Ukrainskij L. E., Ganiev R. F. Nelinejnaya volnovaya mehanika i tehnologiya. Volnovye i kolebatelnye yavleniya v osnove vysokih tehnologij. M.: Institut kompyuternyh issledovanij; Nauchno-izdatelskij centr «Regulyarnaya i haoticheskaya dinamika». 2011. 780 p. [in Russian].

2. Mishenko I. T., Ibragimov L. H. Razrabotka i vnedrenie tehnologii upravlyаемого volnovogo vozdejstviya na prizabojnuyu zonu plasta. *Aktualnye problemy sostoyaniya i razvitiya neftegazovogo kompleksa Rossii: tezisy докладов nauchno-tehnicheskoy konferencii*. M. 1994. P. 25-31. [in Russian].

3. Ibragimov L. H. Intensifikaciya dobychi nefti s primeneniem generatorov turbulentnyh struj i adiabatnyh dvuhfaznyh potokov. *Neftepromyslovoe delo*. 1996. №6. P. 17–22. [in Russian].

4. Ivannikov V.I., Ivannikov I.V. Kavitaciya i vozmozhnosti ee primeneniya pri burenii, osvoenii i ekspluatatsii skvazhin. *Stroitelstvo neftyanyh i gazovyh skvazhin na sushe i na more*. 2002. No 12. P. 5 – 11. [in Russian].

5. Yaremijchuk R.S. Femiyak Ya.M., Yakimechko Ya.Ya. Rujnuvannya girskih porid pri kavitacijnomu burinni sverdlovin. *Tezi naukovotekhnichnoyi konferenciyi profesorsko-vikladackogo skladu IFNTUNG "Sekciya GNPF ta FNGP"*. Ivano-Frankivsk. 1999. P. 111–112. [in Ukrainian].

6. Gurevich M.I. Teoriya struj idealnoj zhidkosti. M.: Nauka, 1979. 536 p. [in Russian].

7. Pernik A.D. Problemy kavitacii. L.: Sudostroenie, 1966. 439 p. [in Russian].

8. Epshtejn L.A. Metody teorii razmernosti i podobiya v zadachah gidrodinamiki sudov. L.: Sudostroenie, 1970. 206 p. [in Russian].

9. Ivchenko V.M. Nestacionarnye zadachi gidromehaniki superkavitiruyushih tel. *Gidroaerodinamika nesushih poverhnostej*. Kiev: Naukova dumka, 1966. P. 230-246. [in Russian].

10. Logvinovich G.V. *Gidrodinamika techenij so svobodnymi granicami*. Kiev: Nauk, dumka, 1969. 208 p. [in Russian].
11. Birkhof G. *Matematicheskij analiz kavitacii. Neustanovivsheesya techenie vody s bolshimi skorostyami*. M.: Nauka, 1973. P. 19-38. [in Russian].
12. Birkhof G., Sarantonello E. *Strui, sledy, kaverny*. M.: Mir, 1964. 457 p. [in Russian].
13. Rozhdestvenskij V.V. *Kavitaciya*. L.: Sudostroenie, 1977. 248 p. [in Russian].
14. Knepp R., Dejl Dzh., Hemmit F. M. *Kavitaciya*. M.: Mir, 1974. 678 p. [in Russian].
15. Dzhonson E. *Ekspierimentalnoe issledovanie kavitacionnyh techenij. Neustanovivsheesya techenie vody s bolshimi skorostyami*. M.: Nauka, 1973. P. 59-84. [in Russian].
16. Fedotkin I.M., Nemchin A.F. *Ispolzovanie kavitacii v tehnologicheskikh processah*. K.: Vishcha shkola, 1984. 68 p. [in Russian].
17. Vahitov G.G., Simkin E.M. *Ispolzovanie fizicheskikh polej dlya izvlecheniya nefi iz plastov*. M.: Nedra. 1985. 231p. [in Russian]
18. Gupta A., Lilli D., Sajred N. *Zakruchennye potoki*. M.: Mir, 1987. 588 p. [in Russian]
19. *Teoriya turbulentnyh struj* / [Abramovich G.N., Girshovich T.A., Krashennikov S.Yu. i dr.]. M.: Nauka, 1984. 717 p. [in Russian]
20. Zajcev O.N. *Teoreticheskie issledovaniya ustojchivosti zakruchennyh potokov pri precessii vihrevogo yadra*. *Visnik ODABA*. 2002. No 8. P. 68-71. [in Russian]
21. Zajcev O.N. *Issledovanie precessii vihrevogo yadra v zakruchennom potoke gaza*. *Himiya, himicheskaya tehnologiya i ekologiya*. 2002. No2. T. 2. P.43-46. [in Russian]
22. Zajcev O.N. *Vliyanie stepeni krutki na ustojchivost struktury zakruchennogo potoka v teplogeneriruyushih ustanovkah*. *Upravlinnya effektivnim energovikoristannyam: materialy 5-oyi mizhnarodnoyi nauk.-prakt. konf.*, Odesa: Golovne upravl. ZhKGEE. 2003. P.73-75. [in Russian]
23. Antonov A.N., Kupcov V.M., Komarov V.V. *Pulsacii davleniya pri strujnyh i otryvnyh techeniyah*. M.: Mashinostroenie, 1990. 272 p. [in Russian]